

11 класс
Тестовая часть

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит 2 балла.

1. В 2023 году лауреатами Нобелевской премии по экономике (Премии Шведского государственного банка по экономическим наукам памяти А. Нобеля) стала Клаудия Голдин. За какие заслуги была присуждена премия?

- (a) за разработку нового формата регионального этапа ВСОШ по экономике;
- (b) за выдающиеся достижения в области развития экономической теории и анализа социальных сетей;
- (c) за углубление понимания роли женщин на рынке труда;
- (d) за способность предсказывать, когда закончится очередной экономический кризис.

Ответ: c

2. Налоги и субсидии на стандартном рынке с убывающим спросом и возрастающим предложением:

- (a) приводят к возникновению дефицита – превышению спроса над предложением;
- (b) приводят к возникновению профицита – превышению предложения над спросом;
- (c) приводят к несоответствию цены, которую платит покупатель и цены, которую получает производитель;
- (d) не меняют рыночное равновесие.

Ответ: c

Пояснение: При введении налогов/субсидий на рынке выстраивается новое равновесие, в котором цена покупателя и продавца отличаются, причем ровно на ставку налога/субсидии.

3. В некоторой стране уровень инфляции за первые полгода составил 20%, а за следующие полгода уровень дефляции составил 10%, причем так происходит каждый год. Пусть функция $P(t)$ отражает уровень цен в году t . Чему равна функция $P(t)$, если год $t = 1$ принят за базовый?

- (a) $P(t) = 1.08^{(t-1)}$;
- (b) $P(t) = 1.08 \cdot (t - 1)$;
- (c) $P(t) = 1.1^{(t-1)}$;
- (d) $P(t) = 1.1 \cdot (t - 1)$.

Ответ: a

Пояснение: За один год цены растут в $(1 + 0.2)(1 - 0.1) = 1.08$ раз. Значит, к году t они вырастут в $1.08^{(t-1)}$ раз.

4. Спрос на рынке кофе без кофеина описывается уравнением $Q_d = 40 - 0.2P$. После рекламы о пользе кофе без кофеина потребители стали готовы платить на 20% больше за каждую чашку. Эластичность нового спроса по цене в точке, где цена за чашку $P = 160$ равна:

(a) -1.2;

(b) -2;

(c) -2.4;

(d) -4.

Ответ: b

Пояснение: Выразим обратную функцию спроса: $P_d = 200 - 5Q$, тогда с ростом цены на 20% при каждом значении количества получаем новый спрос: $P_d^{new} = 1.2(200 - 5Q) = 240 - 6Q$. Так как функция спроса линейная, то эластичность в точке можно посчитать по короткой формуле: $E_p^d = \frac{-P}{P_{max} - P} = \frac{-160}{240 - 160} = -2$.

5. Альтернативные издержки в экономике – это:

(a) издержки, связанные с альтернативными вариантами использования ресурсов;

(b) издержки, возникающие при производстве дополнительной единицы продукции;

(c) издержки, не включенные в расчеты внутренних издержек компании;

(d) издержки, связанные с покупкой альтернативных материалов.

Ответ: a

Пояснение: Альтернативные издержки – это упущенная выгода, возникающая из-за выбора одного варианта использования ресурсов в ущерб другим возможностям. Величина упущенной выгоды определяется ценностью наиболее ценной из отклоненных альтернатив.

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать все верные. Правильным ответом считается полное совпадение выбранного множества вариантов с ключом. Правильный ответ приносит 3 балла.

6. Катя любит вкусно кушать и быть богатой, поэтому её полезность зависит от съеденных в ресторане порций лазаньи (x) и оставшихся у нее денег (y) следующим образом: $U = x \cdot y$. Пусть цена порции лазаньи равна 400 рублей, а всего у Кати в распоряжении есть 2000 рублей. Сколько денег может остаться у рациональной Кати после похода в ресторан, если лазанья продается только целыми порциями?

(a) 800;

(b) 1000;

(c) 1200;

(d) 1600.

Ответ: a, c

Пояснение: Бюджетное ограничение Кати можно записать как $I = 2000 \geq 400x + y$. Заметим, что в зависимости от x количество оставшихся денег определяется однозначно, тогда знак « $\geq$ » можно заменить на « $=$ », так как иначе Катя тратит не все деньги, а значит, не максимизирует свою полезность. Тогда, сумму оставшихся денег можно задать как $y = 2000 - 400x$, тогда полезность имеет вид $U = x \cdot (2000 - 400x) = -400x^2 + 2000x$. Катя максимизирует полезность: это парабола ветвями вниз, максимум в вершине, значит, $x^* = \frac{2000}{800} = 2.5$, но Катя может употребить только целое число порций, значит $x^* = 2$ или $x^* = 3$ (оба значения равноудалены от вершины и будут давать одинаковый уровень полезности $U = 2400$). Если $x^* = 2$, тогда $y^* = 2000 - 2 \cdot 400 = 1200$,

$x^* = 3$, тогда $y^* = 2000 - 3 \cdot 400 = 800$. Верные ответы - а и с. Можно также проверить все оставшиеся целые x , в них полезность U будет меньше: $x = 0 \Rightarrow U = 0$, $x = 1 \Rightarrow U = 1600$, $x = 4 \Rightarrow U = 1600$, $x = 5 \Rightarrow U = 0$. Верные ответы - а и с.

7. На рынке с убывающим спросом и возрастающим предложением государство повысило налог на добавленную стоимость с 10% до 13%. После этого цена продукции на полках в магазинах (цена для потребителя) могла увеличиться на:

- (а) на 10%; (b) на 20%; (с) на 40%; (d) на 50%.

Ответ: –

Пояснение: В данном задании отсутствует верный вариант ответа, поэтому любой ответ на это задание следует засчитывать как верный. На самом деле, если цена производителя не изменилась бы, то цена потребителя выросла бы в $\frac{1.13 \cdot P_s}{1.1 \cdot P_s} \approx 1.027$ раз, то есть на 2.7%. При этом цена производителя уменьшится в силу закона спроса и предложения, то есть изменение будет ещё меньше.

8. Фирма имеет два завода с издержками $TC_1 = q_1^2$ и $TC_2 = 10q_2$, где q_i – объём производства на заводе, а TC – величина издержек. Обозначим за $TC(Q)$ функцию издержек фирмы, где Q – совокупный объём производства, а TC – минимальный возможные издержки при совокупный объём производства в размере Q единиц. Выберите все верные утверждения:

- (а) $TC(Q) \leq (\frac{Q}{3})^2 + 10(\frac{2Q}{3})$;
 (b) на первом заводе фирма не будет производить больше 5 единиц продукции;
 (с) $TC(3) = 9$;
 (d) $TC(6) = 35$.

Ответ: а, b, с, d

Пояснение:

1. Утверждение (а) верно, так как фирма всегда может выбрать производить $Q/3$ единиц продукции на первом заводе и $2Q/3$ на втором;
2. Предельные издержки первого завода равны $MC_1 = 2q_1$, а второго $MC_2 = 10$, что означает, что на первом заводе мы будем производить, пока $2q_1 \leq 10$, то есть $q_1 \leq 5$. Получается, что утверждение (b) верно;
3. В случае $Q = 3$ производим всё на первом заводе, то есть издержки равны $3^2 = 9$ и утверждение (с) верно;
4. В случае $Q = 6$ производим первые 5 единиц на первом заводе, а оставшуюся единицу на втором, то есть издержки равны $5^2 + 10 \cdot 1 = 35$ и утверждение (d) верно.

9. Алексей заработал 100 тысяч рублей и выбирает, куда их вложить на 2 года. Алексей может положить деньги в банк на депозит под ставку r процентов годовых, проценты капитализируются. А может отдать другу Юрию на развитие стартапа. Юрий обещает выплатить ему за два года суммарно 144 тысячи рублей. Выберите все такие ставки r , при которых Алексей выберет вложиться в развитие стартапа:

- (a) 10%; (b) 12%; (c) 16%; (d) 18%.

Ответ: a, b, c, d

Пояснение: Найдем такую ставку, при которой Алексею будет безразлично, какой из вариантов выбрать:

$$100 \cdot (1 + r)^2 \Rightarrow 144 = 100 \cdot (1 + r)^2 \Rightarrow 1.44 = (1 + r)^2 \Rightarrow 1.2 = 1 + r \Rightarrow r = 0.2 = 20\%$$

Значит, если ставка r меньше 20%, то выгоднее вложиться в стартап, значит, подходят все ставки.

10. Рэм любит яблоки, груши, бананы и вишню. Известно, что Рэм однозначно может сказать, какой из любых двух фруктов ему нравится больше. Однажды Рэму принесли тарелку, в которой лежали яблоки, груши и вишня, и Рэм сказал, что больше всего любит вишню. Затем Рэму принесли тарелку с грушами и бананами, и Рэм выбрал груши. Выберите все верные утверждения о выборах Рэма:

(a) если Рэму предложить вишню и бананы, нельзя однозначно сказать, что выберет Рэм;

(b) если между яблоками и бананами Рэм выбрал бананы, то его предпочтения иррациональны;

(c) при выборе между яблоками и грушами Рэм может выбрать груши;

(d) если Рэму принести тарелку с вишней и яблоками, Рэм выберет вишню.

Ответ: c, d

Пояснение: а) Нет, Вишня > Груши > Бананы;

b) Нет, из условия нельзя построить точную связь между яблоками и бананами;

c) Да, из условия нельзя построить точную связь между яблоками и грушами;

d) Да, Вишня > Яблоки.

5 вопросов, с открытым ответом. Правильный ответ приносит 3 балла.

11. Фирма-монополист Тамло занимается продажей курсов по экономике. Спрос на их услуги описывается функцией $Q_d = 100 - P$, где P - цена курса в рублях, а Q - количество учеников, которые готовы купить курс по экономике. Уровень издержек Тамло составляет 20 рублей в расчёте на одного ученика. Предположим, спрос на курсы увеличится в 2 раза при каждом значении цены. На какое количество рублей вырастут цены курсов после увеличения спроса?

Ответ: 0

Пояснение: Оптимальная цена до и после увеличения спроса $P = 60$, что можно получить из максимизации прибыли.

12. На одной выдуманной планете под названием «С-137» никогда не падает ВВП! Так, в 2021 году он вырос на (-20%) (минус 20 процентов) в сравнении с прошлым годом, в 2022 – на (-10%) , а в 2023 – опять на (-10%) . Чему равен ВВП страны «С-137» по итогам 2023 года, если по итогам 2020 года он составлял 1000?

Ответ: 648

Пояснение: За три года ВВП «вырос» в $(1 - 0.2)(1 - 0.1)(1 - 0.1) = 0.648$ раз, что значит, что он составил: $1000 \cdot 0.648 = 648$.

13. На рынке яблок предложение задаётся функцией $Q^s = P$, где P – цена одного яблока, а Q – количество яблок, которое фирмы готовы продать. При этом спрос на яблоки предъявляют две группы потребителей, которые имеют спрос $Q_1^d = 8 - P$ и $Q_2^d = 22 - P$ соответственно. Найдите равновесную цену на рынке.

Ответ: 11

Пояснение: Заметим, что величина спроса второго потребителя равна величине предложения при $P = 11$, а при $P = 11$ первый потребитель не готов покупать товар. При этом ошибкой было бы пересечь участок суммарного спроса $Q^d = (8 - P) + (22 - P) = 30 - 2P$ с предложением, так как они пересекаются при $P = 10$, но при этой цене потребители из первой группы не готовы покупать яблоки.

14. Матвей выбирает, где позавтракать добрым пятничным утром, потратив при этом как можно меньше денег. Он может отправиться в кофейню «Звездочка» и съесть завтрак за 600 рублей, может посетить кафе быстрого питания «Вкусно и что?» и потратить там 450 рублей, а может приготовить завтрак дома, потратив на необходимые продукты 100 рублей. Матвеем всё равно, что есть, ведь он опаздывает на работу, поэтому при принятии решения он учитывает альтернативные издержки времени и минимизирует суммарную стоимость завтрака. В кофейне «Звездочка» Матвей позавтракает за 6 минут, в кафе «Вкусно и что?» много людей, поэтому его заказ будут долго готовить, он сможет позавтракать за 18 минут. Матвей не учился на повара, поэтому на приготовление завтрака дома потратит полчаса. Дорога от любого места до работы занимает одно и то же время. Если час рабочего времени Матвея стоит 1000 рублей, то какова альтернативная стоимость наилучшего варианта завтрака? Ответ дайте в рублях.

Ответ: 700

Пояснение: Посчитаем денежный эквивалент каждого варианта с учетом стоимости времени Матвея, потому что чем дольше он задержится на завтрак, тем меньше заработает. Стоимость 6 минут времени равно $\frac{6}{60} \cdot 1000 = 100$ рублей, значит, стоимость завтрака в «Звездочке» равна $600 + 100 = 700$ рублей. Стоимость времени завтрака в кафе «Вкусно и что?» равна $\frac{18}{60} \cdot 1000 = 300$ рублей, значит, стоимость завтрака составит $450 + 300 = 750$ рублей. Стоимость времени завтрака дома равна $\frac{30}{60} \cdot 1000 = 500$ рублей, тогда стоимость всего завтрака составит $500 + 100 = 600$. Значит, наилучший вариант для Матвея – это позавтракать дома. Тогда альтернативная стоимость завтрака дома – то есть следующая наименьшая стоимость – это стоимость завтрака в кофейне «Звездочка», которая составляет 700 рублей.

15. Братья Эрл и Симус, создатели батончиков Twix, владеют двумя заводами по производству правой и левой палочек. У Эрла издержки производства правой палочки описываются $TC_r = 12Q$, а у Симуса иная технология, поэтому издержки производства левой палочки $TC_l = Q^2$. Несмотря на вражду между братьями, палочки торгуются в одной упаковке - одна правая и одна левая. Найдите издержки на производство 10 упаковок Twix.

Ответ: 220

Пояснение: Так как каждая палочка производится на своем заводе, то затраты на производство 10 правых палочек равны $12 \cdot 10 = 120$, затраты на производство 10 левых палочек равны $10 \cdot 10 = 100$. Тогда суммарная стоимость производства 10 упаковок равна $120 + 100 = 220$.

Максимум за тестовую часть - 40 баллов

11 класс
Задачи с развернутым ответом

Для каждой из задач ниже необходимо написать развернутое решение. Обратите внимание, что только верно написанный ответ не будет оценен в полный балл, а продвижения по задачам могут быть оценены по критериям, даже если полученный ответ окажется неверным. Каждая верно решенная задача приносит **20 баллов**. Всего будет **3 задачи**, то есть за часть с развернутым ответом можно получить максимум **60 баллов**.

1. «Покупка велосипеда»

Катя решила порадовать свою подругу Вику и подарить ей на день рождения новый велосипед. Катя посчитала, что у неё есть два способа накопить необходимую сумму. При выборе первого варианта ей потребуется двенадцать месяцев и ежемесячно откладывать четверть своей зарплаты. Во втором варианте Кате потребуется откладывать половину своей зарплаты в течение шести месяцев, а затем вложить всю сумму в банк на два месяца. Процентная ставка в банке составляет 10% в месяц (это означает, что сумма вклада увеличивается на 10% ежемесячно). В первом случае денег хватит ровно на один велосипед, а во втором случае после покупки велосипеда у Кати останется немного лишних денег, которых хватит ровно на одну пачку конфет. Какую сумму (в рублях) зарабатывает Катя в месяц, если стоимость пачки конфет 63 рубля?

Ответ: 100

Решение: Пусть заработная плата Кати равна X . Рассмотрим оба варианта и найдем стоимость велосипеда в каждом из них:

Вариант 1: Катя откладывает по четверти своей зарплаты в течение 12 месяцев. В этом случае, ежемесячный взнос равен $1/4$ от её зарплаты, то есть каждый месяц Катя откладывает $X/4$ и за 12 месяцев отложит $12 \cdot X/4 = 3X$, что и есть цена велосипеда.

Вариант 2: Катя откладывает половину своей зарплаты в течение 6 месяцев, а затем вкладывает всю сумму в банк с 10% ежемесячной процентной ставкой. Первоначальная сумма вложения составит $6 \times X/2 = 3X$, а после двух месяцев в банке она увеличится на 10% в первый месяц и еще на 10% во второй месяц, то есть итоговая сумма составит $3X \cdot 1.1 \cdot 1.1 = 3.63X$, что больше цены велосипеда на цену коробки конфет, то есть цена велосипеда в этом варианте равна $3.63X - 63$.

Так как цена велосипеда одинакова в обоих вариантах подсчёта получим, что: $3X = 3.63X - 63$, откуда можно найти зарплату Кати $X = 100$.

Критерии:

+5 баллов за подсчёт стоимости велосипеда в варианте номер 1. При этом при отсутствии объяснения своих действий (Например, если выписано только выражение и не объяснено откуда оно берётся) участник получает штраф в **2 балла**.

+10 баллов за подсчёт стоимости велосипеда в варианте номер 2. При этом при отсутствии объяснения своих действий (Например, если выписано только выражение и не объяснено откуда оно берётся) участник получает штраф в **2 балла**.

+2 балла за выписанное равенство двух вариантов.

+3 балла за верный ответ.

Итого за задачу: не более 20 баллов

2. «Братья по чехлам на телефоны»

Рассмотрим совершенно конкурентные рынки красивых чехлов для телефонов в России и Китае. Спрос и предложение в России имеет вид: $Q_R^d = 420 - P$, $Q_R^s = 2P - 300$, а в Китае - $Q_C^d = 700 - 2P$ и $Q_C^s = 5P$.

(а) (6 баллов) Найдите равновесные цены на чехлы в каждой из стран в состоянии автаркии (закрытых экономик).

(б) (2 балла) Если страны откроют свои границы и начнут торговать, то кто будет экспортером, а кто - импортером?

(с) (12 баллов) Найдите равновесную цену чехлов, которая установится на рынке после начала международной торговли между этими странами.

Ответ: (а) $P_R^* = 240$, $P_C^* = 100$; (б) Россия - импортер, Китай - экспортер; (с) $P_w^* = 140$.

Решение:

(а) В состоянии автаркии страны не торгуют друг с другом, тогда приравняем спрос и предложение внутри каждой страны. Россия: $Q_d = Q_s \Rightarrow 420 - P_R = 2P_R - 300 \Rightarrow P_R^* = 240$. Китай: $Q_d = Q_s \Rightarrow 700 - 2P_C = 5P_C \Rightarrow P_C^* = 100$.

(б) Равновесная цена в Китае ниже, чем в России, значит Китай будет продавать чехлы в Россию после начала торговли. Значит, Китай будет экспортировать чехлы, а Россия импортировать.

(с) *Вариант решения 1*

Найдем функцию экспорта для Китая и функцию импорта для России. Для Китая: $Q^{Ex} = Q^s - Q^d = 7P_w - 700$, если цена $P_w \leq 350$ и $Q^{Ex} = Q^s - 0 = Q^s = 5P_w$, если $P_w \geq 350$. Для России: $Q^{Im} = Q^d - Q^s = 720 - 3P_w$, если цена $P_w \geq 150$ и $Q^{Ex} = Q^d - 0 = Q^d = 420 - P_w$, если $P_w \leq 150$.

Приравняем экспорт к импорту, заметим, что пересечение будет достигаться на участке $P_w \leq 150$: $Q^{Ex} = Q^{Im} \Rightarrow 7P_w - 700 = 420 - P_w \Rightarrow P_w^* = 140$, что действительно меньше, чем 150. Так как экспорт и импорт - это кусочно заданные монотонно возрастающие линейные функции, то пересечение единственно, то есть второго пересечения при цене выше 150 быть не может. Это можно так же проверить пересечением других участков экспорта и импорта - найденные P_w не будут подходить под ограничения. Получается, российские производители после открытия границ перестанут производить чехлы для телефонов.

Вариант решения 2

Найдем суммарный спрос и предложения на мировом рынке после начала торговли.

$$Q_s = \begin{cases} 5P_w, & P_w < 150 \\ 7P_w - 300, & P_w \geq 150 \end{cases}$$

$$Q_d = \begin{cases} 420 - P_w, & P_w > 350 \\ 1120 - 3P_w, & P_w \leq 350 \end{cases}$$

Приравняем спрос к предложению и заметим, что пересечения будет на участке, когда $P_w < 150$. $5P_w = 1120 - 3P_w \Rightarrow P_w^* = 140$, что действительно меньше, чем

150. Так как спрос и предложение - это кусочно заданные монотонно возрастающие линейные функции, то пересечение единственно, то есть второго пересечения при цене выше 150 быть не может. Это можно так же проверить пересечением других участков спроса и предложения - найденные P_w не будут подходить под ограничения. Получается, российские производители после открытия границ перестанут производить чехлы для телефонов.

Критерии:

Пункта а:

+3 балла за приравнивание спроса к предложению в России и верное значение равновесной цены.

+3 балла за приравнивание спроса к предложению в Китае и верное значение равновесной цены.

Пункта б:

+2 балла за верное определение страны-импортера и страны экспортера.

Пункта с:

Вариант решения 1

+4 балла за верно найденное уравнение импорта (по 2 балла за каждый участок по цене).

+4 балла за верно найденное уравнение экспорта (по 2 балла за каждый участок по цене).

+2 балла за верный ответ.

+2 балла за доказательство того, что ответ единственен. Баллы за этот пункт ставятся или если участник доказал единственность математически, или если перебрал все варианты пересечений и проверил, что цены не будут соответствовать ограничениям.

Вариант решения 2

+4 балла за верно найденное уравнение спроса (по 2 балла за каждый участок по цене).

+4 балла за верно найденное уравнение предложения (по 2 балла за каждый участок по цене).

+2 балла за верный ответ.

+2 балла за доказательство того, что ответ единственен. Баллы за этот пункт ставятся или если участник доказал единственность математически, или если перебрал все варианты пересечений и проверил, что цены не будут соответствовать ограничениям.

Штрафы:

-1 балл штраф в каждом пункте, если у участника отсутствуют объяснения действий поиска ответа на этот пункт.

Итого за задачу не более 20 баллов.

3. «Казалось бы, причём здесь Бертран?!»

На рынке рекламы в поисковых системах есть две крупных фирмы – Я и Г, при этом издержки Я на одного клиента равны 1, а издержки Г – 2. Всего на рынке 10 клиентов, каждый из которых готов купить рекламу по цене не выше 10. Я и Г конкурируют по ценам, выбирая их одновременно и независимо, а каждый клиент покупает у той фирмы, которая назначила меньшую цену. Если фирмы назначили одинаковые цены, клиенты делятся между фирмами поровну, то есть у каждой из фирм будет по 5 клиентов. Назовём равновесными ценами такие цены, при которых ни одна из фирм не хотела бы для увеличения прибыли поменять выбранную ею цену при неизменной цене своего конкурента. Найдите все возможные пары равновесных цен, если фирмы имеют право назначать только целые значения цен и максимизируют свою прибыль.

Ответ: $(P_J; P_G) = (2; 2), (2; 3), (3; 3)$

Решение:

Пусть P_J и π_J – соответственно цена, которую назначает фирма Я и прибыль, которую она получает, а P_G и π_G – аналогичные показатели для фирмы Г.

Заметим, что обеим фирмам невыгодно назначать цены, которые ниже их издержек на одного клиента: в таком случае одна из фирм получает отрицательную прибыль, и ей выгодно увеличить цену и получить нулевую прибыль. То есть во всех равновесиях $P_J \geq 1, P_G \geq 2$.

Теперь докажем, что если $P_G > P_J > 2$, то фирме Г всегда выгодно назначить одинаковую с Я цену. Если она это сделает, то будет получать $\pi_G = (P_J - 2) \cdot 5 > 0$ (так как $P_J > 2$). Так как до изменения цены у Г была нулевая прибыль (все клиенты покупали рекламу у фирмы Я), а после изменения прибыль стала положительной, фирме Г выгодно снизить цену до уровня P_J . То есть все пары цен, в которых $2 < P_J < P_G$ – не равновесия. При этом не обязательно оптимальным будет снижение именно до цены P_J , но как минимум до этой цены снизить выгодно и значит исходные цены не равновесны.

Если же $P_G > P_J = 2$, то фирме Г безразлично понижать цену или нет, но вот если $P_G > 3$, то фирма Я может повысить свою цену до 3 и увеличить прибыль с $10 \cdot (2 - 1) = 10$ до $10 \cdot (3 - 1) = 20$.

Аналогично докажем, что все пары цен, в которых $P_J > P_G \geq 2$ – тоже не являются равновесием. Фирма Я получает нулевую прибыль (все клиенты покупают рекламу у Г), и ей выгодно снизить цену до уровня P_G , чтобы получить $\pi_J = (P_G - 1) \cdot 5 > 0$.

Рассмотрим такие пары цен, в которых $P_J = P_G \geq 2$: в таком случае фирмы делят клиентов поровну, но, например, фирме Я может быть выгодно назначить цену ниже и «получить» всех клиентов. Рассмотрим, при каких значениях P_J это верно. Пусть изначально $P_J = P_G = P, \pi_J = (P - 1) \cdot 5$. После уменьшения цены Я: $\pi_J = (P - 2) \cdot 10$

$$(P - 1) \cdot 5 < (P - 2) \cdot 10$$

$$P > 3$$

Следовательно, пары цен, в которых $P_J = P_G > 3$ не являются равновесиями.

Осталось рассмотреть значения цен $(P_J; P_G) = (2; 2), (3; 3)$ из вариантов, где цены равны и $(P_J; P_G) = (2; 3), (1; 2)$. Вариант $(P_J; P_G) = (1; 2)$ не является равновесным, так как Я выгодно увеличить цену до 2 и получить положительную прибыль.

1. $(2; 2), \pi_J = 5, \pi_G = 0$

Прибыль фирмы Г не может стать положительной: если она уменьшит цену, то будет получать $\pi_r < 0$, если увеличит – будет получать 0, потому что все клиенты будут покупать рекламу у фирмы Я.

Фирме Я тоже невыгодно отклоняться: ей невыгодно уменьшать цену (доказано ранее), а если она ее увеличит, то потеряет всех клиентов, прибыль станет нулевой. Следовательно, эта точка – равновесие

2. (2; 3), $\pi_y = 10$, $\pi_r = 0$

Фирме Я невыгодно уменьшать цену (ее прибыль станет нулевой), а если она увеличит цену, то прибыль останется неизменной. Сейчас её прибыль: $10 \cdot (2 - 1) = 10$, а после увеличения цены до 3: $5 \cdot (3 - 1) = 10$. Если же назначить цену ещё выше, то прибыль будет нулевой. Фирме Я безразлично, отклоняться или нет.

Фирме Г аналогично: если она поставит $P_r = 2$ или $P_r > 3$, то прибыль не изменится и останется нулевой, если $P_r < 2$, то прибыль станет отрицательной. Так как обеим фирмам безразлично, отклоняться или нет, эта точка тоже является равновесием

3. (3; 3), $\pi_y = 10$, $\pi_r = 5$

Ни одной из фирм невыгодно увеличивать цену (тогда прибыль этой фирмы станет нулевой). Ни одной из фирм невыгодно ее уменьшать, так как прибыль фирмы Я от понижения цены на 1 не изменится, а при большем понижении станет отрицательной, а при уменьшении цены фирмой Г её прибыль станет нулевой или отрицательной. Следовательно, эта точка – равновесие

Критерии:

Обратите внимание, что существует большое количество альтернативных решений. Из любого из таких решений должно следовать, что найденный ответ подходит и удовлетворяет условию равновесия, а все остальные точки – нет.

Одно из типичных решений может быть решение через поиск линий реакций – оптимальных цен в зависимости от цен конкурента. В этом случае каждая из двух линий реакций выписанная верно оценивается в 4 балла и её верный вывод ещё в 4 балла, а поиск их пересечения в 4 балла. Каждая ошибка штрафруется в 2 балла, а далее работа проверяется с учётом ошибки.

Верные линии реакции:

$$P_y = \begin{cases} P_r - 1, & \text{если } P_r > 3 \\ \{P_r, P_r - 1\}, & \text{если } P_r = 3 \\ P_r, & \text{если } P_r = 2 \\ [1; +\infty), & \text{если } P_r < 2 \end{cases}$$

$$P_r = \begin{cases} P_y - 1, & \text{если } P_y > 4 \\ \{P_y, P_y - 1\}, & \text{если } P_y = 4 \\ P_y, & \text{если } P_y = 3 \\ [2; +\infty), & \text{если } P_y < 3 \end{cases}$$

Критерии для решения, приведённого выше:

+1 балл - за упоминание, что $P_n \geq 1$, $P_r \geq 2$ в равновесии.

+3 балла - за доказательство, что $P_n = P_r > 3$ не является равновесием.

+3 балла - за доказательство, что $P_n > P_r \leq 2$ не является равновесием.

+3 балла - за доказательство, что $P_n > P_r > 2$ и $P_r > 3 > P_n = 2$ не является равновесием.

+4 балла - за верно выписанное равновесие (2; 3).

+2 балла - за верно выписанное равновесие (3; 3).

+1 балл - за верно выписанное равновесие (2; 2).

+3 балла - за доказательство, что найденные точки равновесные, по 1 баллу за доказательство каждого из трёх равновесий.

Итого за задачу не более 20 баллов.

Максимум за часть развернутым ответом – 60 баллов

Всего за работу максимум – 100 баллов.